超光速運動と特殊相対性理論　（前編）

ウルトラマン・トモー

どうも、ウルトラマン・トモーです。

「超光速の現象なんてあるはずがない、だって相対性理論で光より速い物質は存在しないって言ってたはず。今ではそんなの小学生でも知ってるよ・・・」そうお思いではないですか？

　実は相対性理論では光速を超える速度の運動は禁止されていません(！) アインシュタインが仮定したのは

① 全ての慣性系は等価である。【相対性原理】

② 真空中を伝わる電磁波(＝光の速度)は観測者に依らず一定である。【光速度不変の原理】

の 2 つだけです。どこにも光速を超える運動を禁止していません。

　①は簡単に言うと、この宇宙に誰もが納得する理由で座標の原点は決められない、ということです。**図 1** を見てください。宇宙空間に A さん B さんがいたとします。A さんは **(a)**「自分は静止していて、B さんが速度 v で自分に近づいてくる。」と主張しますが、B さんは **(b)**「いやいや、自分のほうが静止していて、A さんが速度 v で近づいてくるんだよ。」と言います。どちらが正しいのでしょうか？はたまた 2 人とも間違っていて、 **(c)**「第 3 の点 C について両者がそれぞれ速度(1/2)v で近づいているだけ」なのでしょうか？

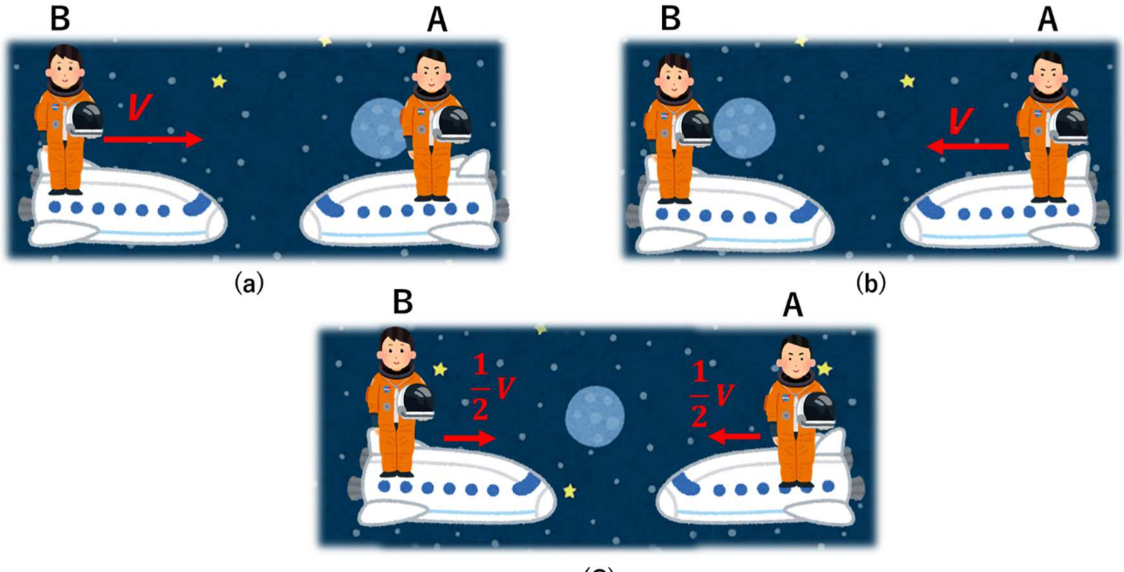


図 1 相対性原理の説明

A さん B さん自身、もしくは 2 人を観察する観測者の運動の状態によってケース **(a)**, **(b)**, **(c)** と見た目の結果が変わる。

これらは対等で、特別な系は存在しない。

・・・こういうことを考えること自体が無意味で、絶対静止系というものはこの宇宙に存在せず、2 つの系の間の相対速度だけが得られる情報である。どちらの系がより静止系に近いかみたいなことは議論できない、というのが①の原理の説くところです。

②は有名ですね。**図 2** をご覧ください。今度は A さんも B さんも静止している状態で A さんが B さんに向けて懐中電灯の光を照らします**(a)**。これは B さんにとって秒速約 30 万 km(正確には 299,792,458[m/s])で観測されます。以降この値を c とします。次に A さんは速度 v で B さんに向かいながら懐中電灯の光を照射します**(b)**。今度はどうでしょうか？・・・やはり B さんにとってレーザーポインターの光は速度 c で観察されます、不思議ですね・・・。「いやいや、これは不思議でもなんでもないよ。例えば光の代わりに音(音波)で実験すると、先程と同じようになるよ。」と言う人がいるかも知れません。これはその通りで、B さんにとって音を伝える媒質である空気が静止しているために、A さんの移動する速度に関わらず B さんが観測する音の速度は 340[m/s]です。

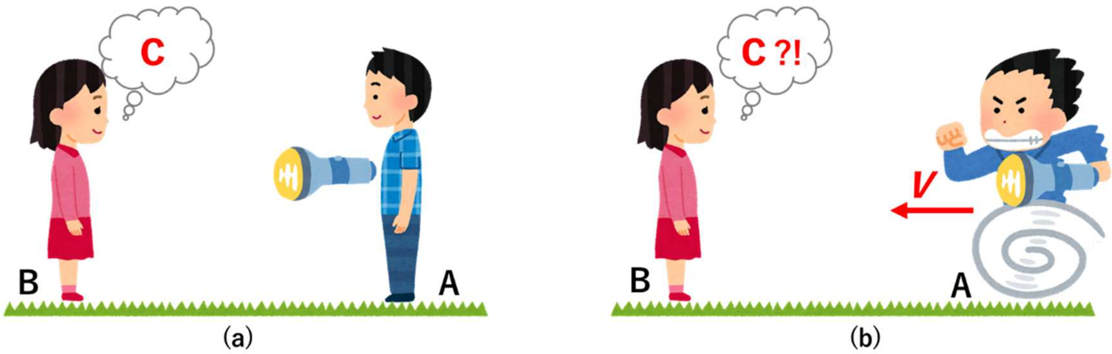


図 2 移動する光源を観測したときの光速
ケース(a)も(b)も B さんが観測する懐中電灯の光速は c になる。

それでは**図 3** のように、A さんが静止している状態で B さんに向けて光を出し、今度は B さんが A さんに向かって速度 v で運動するとどうなるでしょうか**(c)**？この状況では、音波で実験するとその速度は 340 + v [m/s]と観察されます、・・・これは直感に合いますね。一方、光の速度はこの場合においても速度 c で観測されます(！) 衝撃的な結果です。。。

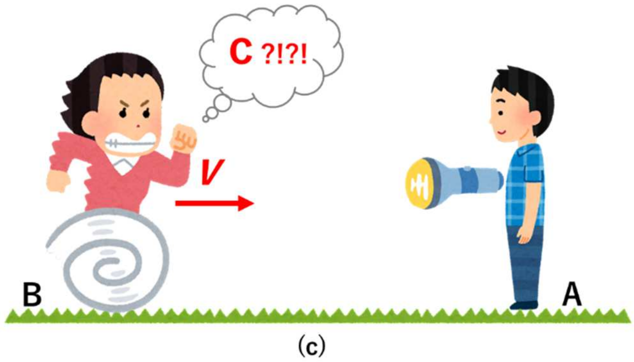


図 3 観測者が光源に対して運動しているときの光速

この場合でも B さんにとって、光速は c と観察される！

反対派は食い下がります。「いやいやいや、光の速度 c は通常人類が実現できる移動速度 v に対して非常に大きい。ゆえに c [m/s] と c + v [m/s] を正確に見分けるのは大変で、一見同じ値に見えたのは観測機器がヘボかったからである！」と。

同じような疑問を持った(んじゃないかと私は勝手に思っている)、マイケルソンとモーリーがこの点を実験で調べました。発想としてはこんな感じです。「光も波の一種なのだから、(具体的にそれが何かはわからないが)音波に対する空気のようにそれを伝える媒質があるはず。一方、地上からみると星の光は宇宙空間の四方八方から到達している。ゆえにこの媒質は宇宙空間を隙間なく満たしていると予想される。」また、当時地球は太陽の周りを非常に速い速度で公転していることがわかっていましたし、その太陽系も銀河の中を移動していることがわかっていました。「なので、地球はその媒質に対してなんらかの相対速度を持っていると思われる。この相対速度を測定することはできないだろうか?」

彼らが天才的だったのは、この速度相対速度を干渉計と呼ばれる精密な装置を使って測るアイディアを思いついたことです**(図 4)。** 干渉計とは一つの光を横方向と縦方向の 2 つの光路に分けて、再び重ね合わせることで、この 2 つの光路を進む光の速さが少しでもずれるとそれが光の干渉縞の変化となって捉えられる装置です。

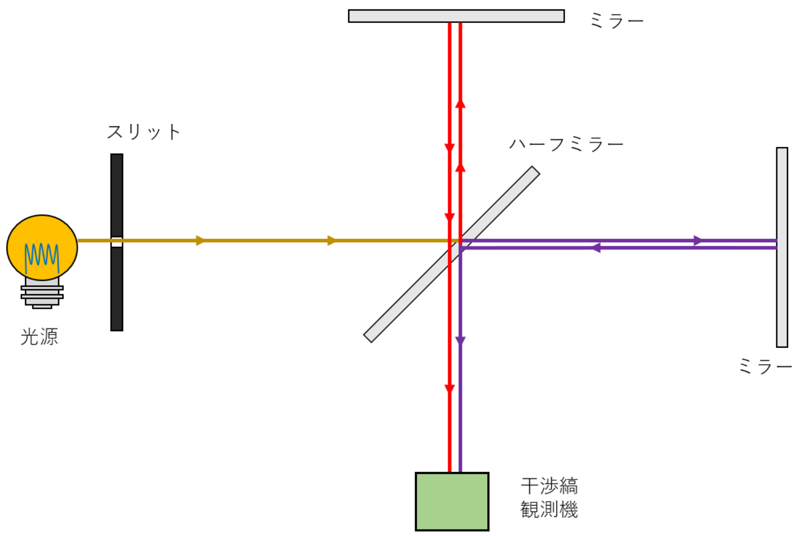


図 4 干渉計の模式図

光をスリットなどに通して干渉性のある状態にし、ハーフミラーで分けたあと再び重ね合わせる。赤い光と紫の光に光路差があると観測機の部分で光の干渉縞の明暗となって観測できる。

彼らは念入りに実験装置を組み上げました。予想される相対速度の値ですが、少なくとも地球の公転速度くらいはあるのではないかと期待されます。(それでも 11m の光路を組んで干渉縞が 1 波長ズレるかどうかの小さな値です。) 状況によっては、たまたま媒質と地球の運動方向が同じで相対速度がほとんど 0 になることがあるかもしれません。それでも地球の公転は円軌道なので、半年後には運動の方向が正反対になります。長い期間観測すればきっと媒質と地球の間にそれなりの相対速度がある状況が発生し、干渉計の縦方向と横方向の光路で光速の差が測定できるはずです。

・・・ところが、予想に反して 2 つの光路の間で光の速さは(研究者たちが納得できる量で)変化していませんでした。後日、より精度を上げた再実験を行っても同じ結果です。この媒質は当時エーテルと呼ばれていましたが、この実験の結果はそんなものは存在しない、という事実を物理学者たちに示唆したのです。では、光を伝える媒質は何なのでしょうか？また、受け入れがたい事実ですが、光の速度が観測者の移動速度に依らないのはどういった理由からなのでしょうか・・・？凡人の私には想像もつきませんが、現代の物理学でもこの疑問に完璧に答えているものはないように思います。いずれにせよ観測結果からはアインシュタインが言っていることが正しいように思えます。

超高速やワープの類いが大好きな私としては悔しいですが、アインシュタインに挑戦するのは諦めて、彼が提唱した 2 つの原理【相対性原理】および【光速度不変の原理】を受け入れるとどういったことが起こるかを見てみましょう。

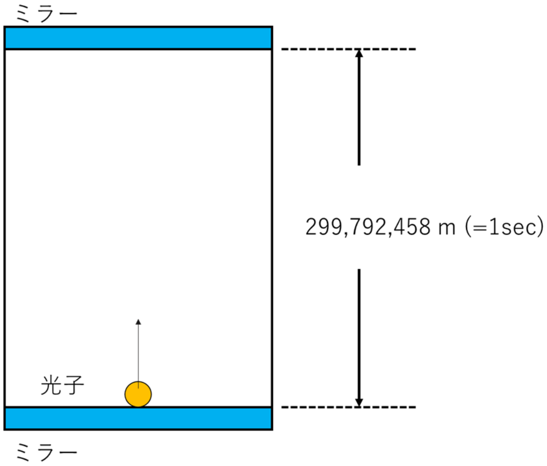


図 5 光時計の模式図

そのために、**図 5** のような装置を考えます。その名も「光時計」です。これは光(光子)1 個を 2 枚のミラーで挟んだもので、光子はこのミラーの間を垂直に往復運動します。ミラーの間の距離はピッタリ 299,792,458[m]に調整してあって、光が一方のミラーから反対側のミラーまでちょうど 1 秒でたどり着くようにしてあります。光の往復運動にかかる時間を 1 秒の基準にしようというわけです。この光時計を地球上と宇宙船の中にそれぞれ建造します。(思考実験なので、「こんなバカでかい時計は地球上に作れない！」というツッコミは無しです 笑。 わかりやすいように時計のサイズを 1 秒間に対応する大きさにしただけで、30m でも 30cm で作っても同じ結論になります。) その後、宇宙船は地上を出発し、地上に対し巡航速度 v で運動することにしましょう**(図 6)**。 このとき面白いことが起こります。

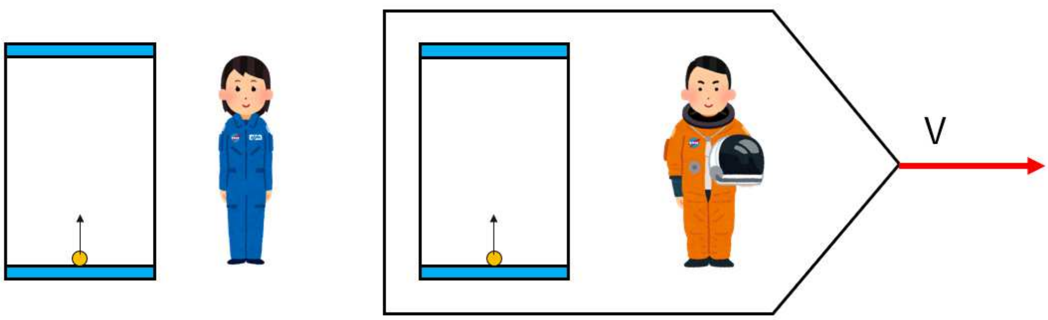


図 6 移動する系の時間の遅れに関する思考実験

光時計を積んだロケットが地上に対し速度 v で運動する

地球を出発する前は完全に同じタイミングで往復運動をしていた 2 つの時計ですが、いざ宇宙船が巡航状態になってみると、両者の往復のタイミングがバラバラになっていることに気づきます。さらによく見ると、

地上においてある光時計に対し宇宙船の中においてあるものは光子の往復にかかる時間が長くなっているように見えます(?!)

・・・どうしてこのような現象が起こるのでしょうか？そうです、【光速度不変の原理】ですね！図を書いて考えてみましょう。速度 v で運動する宇宙船を地上から眺めると**図 7** のようになります。注目すべきは宇宙船内においてある光時計の光子の軌跡です。速度 v で運動する光子の軌跡は外から見るとこのようにジグザグになります。軌跡が斜めになっているので、光は静止しているときよりも長い距離を走らなければなりません。ところが光速度不変の原理より、斜めになっても光の速度は c で変わりませんから、地上の光時計の１秒に相当する時間では、宇宙船内の光時計の光子は反対側のミラーまでたどり着けないのです！これが、「地上に対して、宇宙船内の光時計の時間が遅れる(地上に対して時間の進み方がゆっくりになる)」、と主張する理由です。

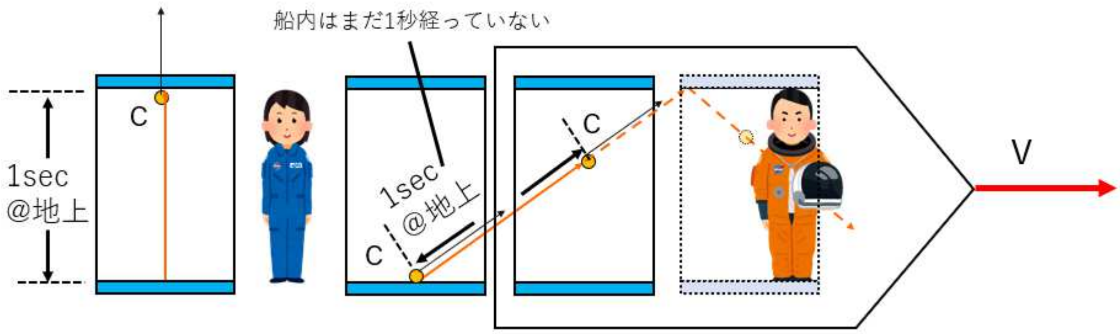


図 7 時間の遅れが起きる理由

地上と宇宙船内の光速を同じにするためには宇宙船内の時間は遅れないといけない

この「時間のゆっくりになり方」を具体的に計算できないでしょうか？ここで頭をひねり、次のような実験を考えます**(図 8)**。地上に静止した光時計と、地上に対し速度 v で運動する宇宙船内の光時計を同時にスタートさせます。具体的にはそれぞれの光時計の底面に光子発射装置があり、全く同じタイミングで光子を天井側に向かって打ち出します。地上の光時計では 1 秒きっかり後に光子は天井まで到達しますが、宇宙船内の光時計については先述したように光子は斜めの経路を走るため天井まで到達できません。ではどの高さまで到達できるのでしょうか？仮に光子が光時計のちょうど半分まで到達したとします。このとき宇宙船内では 0.5 秒が経過した、と言えないでしょうか！つまり、地上の光時計で 1 秒(＝単位時間)経過後に光子が進んだ高さと、宇宙船内の光子が進んだ高さの比がそのまま時間の進みの比率になっている、ということです！

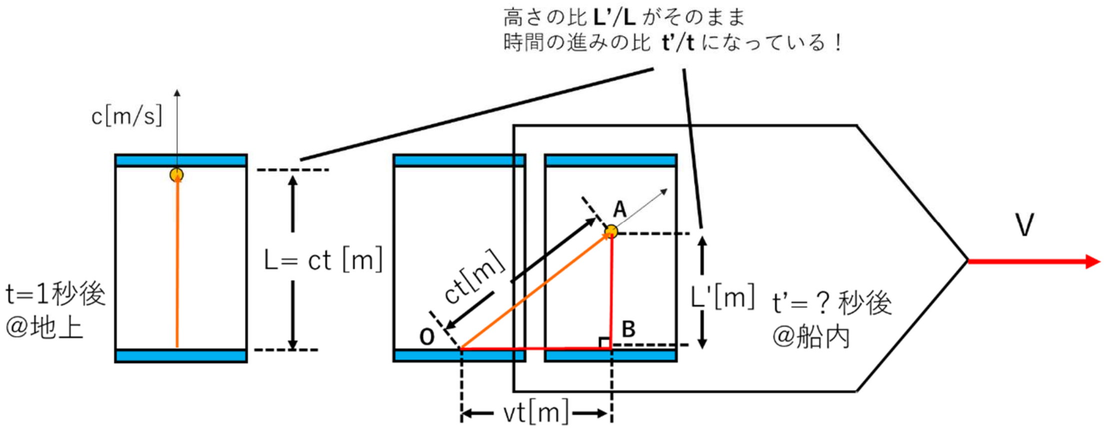


図 8 時間の遅れ量の計算

宇宙船内の光時計と光子の軌跡が作る直角三角形を考えることで L′の長さが計算できる。L′/L が地上の時間の進み方に対して、宇宙船内の時間の進む比率を表す。

地上と宇宙船内で時間の進み方が違うとはにわかに考えづらいですが、これは「光速は誰から見ても一定の値 c[m/s] である。」という仮定を受け入れた結果です。仮に光速度不変の原理を認めつつ、両者の時間の進み方も変わらないとしてみましょう。そうすると宇宙船内では 1 秒が経過したのに光子は天井ミラーの高さの半分までしか到達していないという状況になり、光速は(1/2)c と観察される(＝光速が変わってしまう)、といういきなり矛盾した結果になります。やはり光速度不変の原理を受け入れると、時間のほうをやりくりして矛盾を回避するしかなさそうです。そして数々の実験・観測結果より、この「時間の進み方のほうが辻褄を合わせて光速を一定に保つように努力(？) している」、という描像のほうがどうやら正しいらしいという結果が得られています。・・・全く相対性理論の世界は不思議ですね！

話が逸れましたが実際に時間の遅れを計算してみましょう。それには 1 秒経過後にそれぞれの光時計で光子が進んだ高さの比を計算してやればよいのでした。 地上の光時計の高さを L, 光子が底面から天井まで到達するまでの時間を t とします。また、同じ時間で宇宙船内の光時計で光子が進んだ高さを L′, そのときに地上から見た宇宙船内の時間の経過時間を t′とします。

先程の議論より

$$\frac{t'}{t} = \frac{\mathrm{L}'}{\mathrm{L}} \qquad \cdots ①$$

です。また、宇宙船内の光時計は地上から見ると時間 t で vt だけ移動するので、**図 8** のような直角三角形 OAB が得られます。三平方の定理より

$$L'^2 = (ct)^2 - (vt)^2 \qquad \cdots ②$$

が成り立ちます。また前提より

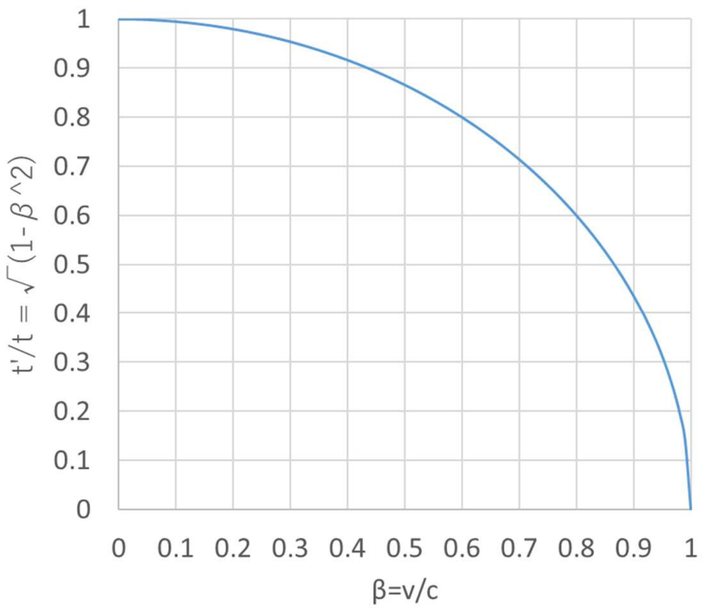
$$L = ct \quad \cdots ③$$

でしたね。式①の L, L′に 式②，③の結果を代入してやると

$$\frac{t\prime}{t}=\frac{\sqrt{(ct)^2-(vt)^2}}{\mathrm{ct}}=\sqrt{1-v^2/c^2}\quad\cdots④$$

が導けます。これが 2 つの系でのそれぞれの時間の進み方を具体的に表す式です。ご存知の方も多いのではないでしょうか？そして「このルートの中身、なんか他でも見たことある気が、、、？！」と思っていたら、三平方の定理が関係していたんですね！

ただ、これだけではよくわからないので式④の関係をグラフにプロットしてみましょう。



グラフ 1 静止系に対して速度 v で運動する系の時間の進みの比率

・・・このようなグラフになります。それぞれの軸の説明をします。横軸は v/c で、これは運動している系の速度を光速に対する比率で表したものです。またこの値を

$$\frac{v}{c}=\beta\quad\cdots⑤$$

でよく表しますので覚えておいてください。β=0.5 なら光速の 50%の速度で、β=1 なら光速で移動していることになります。 対する縦軸は④式の最右辺$\sqrt{1-v^2/c^2}$ をプロットしたもので、つまり t′/t に等しいです。これは運動している系の時間の進みを静止系に対する比率で表したものです。まず β≒0、言い換えると移動速度が光速に比べてほぼ無視できるくらいの領域を考えてみましょう。このとき t′/t はほぼ 1 で、運動する系と静止系の時間の進み方にほとんど違いがないことがわかります。これが通常私達が経験している世界です。

また、βが大きくなるにつれて t′/t の値は小さくなっていることがわかります。これはつまり静止系に比べて

運動する系の時間の進み方がゆっくりになっている、ということを表します。ちょっと調べてみましょう。運動する系の時間の進み方が地上に対し 1%遅れるのはどのくらいでしょうか？$\sqrt{1-\beta^2}$=0.99 を解けばいいですね。計算してみるとβ＝約 0.14 となります。たかが光速の 14%と思うかもしれませんが、これは 42,000[km/sec] というとんでもない速さで、地球を一周するのに 1 秒もかからない速度です。またアポロ 10 号により人類が経験した最高速度、秒速 11[km/s](＝マッハ約 33！) の約 3,800 倍にあたります。宇宙船に搭乗していた飛行士は、人類最高速度を達成した際、時間の進み方が地上に比べて 0.9999999993 倍だけゆっくりになっていた世界を体験していたはずです。 いかに光速が大きいか、そして通常の人間の生活環境では時間の遅れを実感するのは容易でないということがお分かりいただけたでしょうか？

このように速度に対する時間の遅れ方は比較的ゆっくりで、β=0.5 でも t′/t=約 0.85 です。ところがβが光速に近づくにつれてその効果が非常に顕著に現れるようになります。(β=0.8 とか 0.9 以上で t′/t の値が急速に 0 に近づくことに注目してください。) そしてβ=1 で t′/t=0 となります。これは運動する系の時間の進み方が完全に 0 になるということで、つまり地上から観測すると光速で動いている系の時間の進みは完全に止まって見える、ということを表しています。光速を実現したロケット内の乗員 B さんは外から見ると動画の一時停止状態のように見えるということです！先ほど超高速やワープを不本意ながら否定した私ですが、アインシュタインこそ SF ばりの結論を主張しているではありませんか！そして β>1 の領域、つまり光速を超える速度では$\sqrt{1-\beta^2}$の平方根の中が負になってしまうため、値を持たないということになります。つまりこの式は光速を超えることができない、と言っているような気がします。。。

この$\sqrt{1-\beta^2}$は相対性理論では色々なところに出てきます。例えば、運動している物体のエネルギーE を表す式は相対性理論では

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \cdots⑥$$

となります。ここで m は物体が静止しているときの質量です。それでは、β=1 (v=c) だとどうなるでしょうか・・・？ E=∞ですね。。。つまり、ここからも質量のある物体を光速まで加速するには無限大のエネルギーが必要(＝不可能)と言っているように思えます。

やはり超高速は不可能なのでしょうか・・・？

(後半へ続く)

ウルトラマン・トモーの雑談コーナー　その１

⑥式をちょっと変形して遊んでみましょう。

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = mc^2 \cdot (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

ですので、括弧の部分をテイラー展開の方法でβの多項式で近似してみましょう。すると

$$(1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 \cdots$$

なので、

$$E = mc^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 \cdots\right)$$

$$= mc^2 + \frac{1}{2}mc^2\beta^2 + \frac{3}{8}mc^2\beta^4 + \cdots$$

$$\approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (v \ll c)$$

となります。最後の式の第 1 項は有名な $E=mc^2$ の公式で、これは静止質量自体がエネルギーを持っている、という式です。第 2 項は $c^2\beta^2=c^2\times(v/c)^2=v^2$ なので、これは結局見慣れた運動エネルギーの式 $(1/2)mv^2$ になります。つまり、速度が光速に比べて小さい($\beta<1$)のときは、私達におなじみのニュートン力学が成り立っていて、β^4 以上の高次の項は(β^4 がほぼ 0 になりますので)見えないということです。また、静止質量　mc^2 は質量自体が持っているエネルギーですが、これはβに依らない量ですので、質量を変化させることでしか取り出せません。この考えを使っているのが原子力発電ですね！

ウルトラマン・トモーの雑談コーナー その２

今まで説明してきませんでしたが、相対論でよく出てくるこの「見る」、という表現は本当に対象を見るという行為ではありません。なぜなら相対論的効果が問題になるほどの高速では、対象から発せられた可視光線が観測者の眼に届くまでの時間が無視できないからです。なので実際に B さんの系の時間の進みが 0 になっていたとしても、それが地上で静止画のように実際観測できるかどうかは別問題です。観測した時点で B さんが観測者の眼の前にいたのか、それとも視界の端はるか遠方にいたのかでも光の進む幾何学的な距離が違ってくるので、見え方が違ってくることが予想されます。この幾何学的な光の遅延現象に加え、光のドップラー効果も起こって見る場所・見る時刻で周りの空間からの光は様々な色(＝波長)の変化を起こします。この色の変化を 虹：「レインボウ」になぞらえて「スターボウ」と言ったりします。詳しくは説明しませんが、実際は私達が予想しているよりだいぶ複雑な見え方をするようです。

相対論の「見る」、は「心の目で見る」、みたいなことだと思ってください。
